

Gutxiengoaren hizkuntza eta elebitasunaren orekaren egonkortasuna

Nagore Iriberry

*Universitat Pompeu Fabra eta Barcelona Graduate School of Economics
Departament d'Economia i Empresa, Barcelona*

José Ramón Uriarte

*Euskal Herriko Unibertsitatea
Ekonomi Analisiaren Oinarriak I Saila, Bilbo*

jr.uriarte@ehu.es

Sarrera-data: 2011-09-15 | Onartze-data: 2012-06-20

Laburpena. Aztergai dugun gizarteak bi hizkuntza ofizial ditu: *A* gizarteko kide guztiek hitz egiten dute, eta *B*, berriz, gutxiengo elebidun batek bakarrik. Garatuko dugun ereduari, agente elebidunek erabaki estrategikoak hartu behar dituzte elkarrizketa batean hizkuntza bat ala bestea erabiltzeko, partehartzaileen elebitasunari edo elebakartasunari buruzko informazio inperfektua izanik. Ahal dela, populazio elebiduna bi taldetan banatuta dago: talde bat osatzen dute elebidunak direla ezkutuan gordetzeko erabaki estrategikoa hartzen dutenek, eta bestea, elebidunak direla adierazten dutenek; hori dela eta, elebidunak direla ezkutuan gordetzea erabakitzen dutenen taldeko kideek *A* erabiltzen dute interakzioetan, gutxiengoaren hizkuntza erabiltzeko koordinazioan huts egiten baitute jokalariek elebidunek. Era berean, ikusiko dugu estrategia mistoaren Nash oreka oso egonkorra dela: populazio baten erreplika-dinamikaren oreka ebolutiboki egonkorra da, eta dinamikoki, asintotikoki egonkorra. Hain zuzen ere, baliteke horregatik izatea oztupoak gutxiengoaren hizkuntza sustatzeko hizkuntza-politikek. • **Hitz-gakoak:** *informazio inperfektua, gehiengoaren/gutxiengoaren hizkuntza, hizkuntzen arteko lehia, Nash oreka, erreplika-dinamika.*

Abstract. We investigate a society with two official languages: *A*, shared by all individuals, and *B*, spoken by a bilingual minority. A model is developed in which the bilingual agents must make strategic decisions about the language to be used in a conversation. The decisions are taken under imperfect information about the linguistic type of the participants. We show that the bilingual population is optimally partitioned in two groups, one composed of agents who strategically hide their bilingual nature and the other composed of those who reveal it. As a consequence, in the interactions between members of the former group the language used is *A*, having coordination failures on the minority language by bilingual players. We show that this mixed strategy Nash equilibrium has strong stability properties: it is evolutionary stable, and, dynamically, asymptotically stable for the one-population replicator dynamics. These properties might explain the difficulties encountered by the language policies directed to promote the use of minority languages. • **Key words:** *imperfect information, Majority/Minority Language, Language Competition, Nash Equilibrium, Replicator Dynamics.*

1. SARRERA

I

Abrams eta Strogatz-ek (2003) hizkuntzen heriotzaren dinamikari buruzko eredu bat proposatu zuten. Hizkuntzen arteko lehiari eta hizkuntza-aniztasunari buruzko hamaika ikerlan ekarri zuen ereduak, hala nola Patriarca eta Leppänen (2004), Pinasco eta Romanelli (2006), Mira eta Paredes (2005), Stauffer eta Schulze (2005), Wang eta Minnet (2005, 2008), Castelló et al. (2006) eta Stauffer et al. (2007). Hiztunak erakartzeko lehian ari diren bi hizkuntza deskribatzen ditu ereduak, eta iragartzen du bi hizkuntzaren baterako existentzia ezin dela izan egonkorra, hizkuntza batek bestea desagerrarazten duela azkenean. Wang eta Minnetek (2005) nabarmendu zuten, ordea, eredu horrek badu ahulgune nabarmen bat: *A* eta *B* hizkuntzen hiztun elebakarrak bakarrik hartzen ditu kontuan.

Alabaina, egon badaude gizarte elebidunak, eta, gehienetan, lehia asimetrikoa dago hizkuntzen artean. Bi hizkuntza izan ohi dira horrelako gizarteetan: bata (*A* izenekoa) gehiengoarena da, eta gizarteko kide guztiek hitz egiten dute; bestea (*B* izenekoa), berriz, gutxiengo elebidun batek (*A* eta *B* hizkuntzen hiztunek) bakarrik hitz egiten du. Askotan, *B* arriskuan dago, eta, desagertuko ez bada, hiztunen populazioak gora egin behar du; horretarako, hiztun elebidunek *B* transmiti eta erabil dezaten eta *A* hizkuntzaren hiztun elebatar batzuk elebidun bihurtzeko bultzatu behar da. Adibidez, hori egin beharko litzateke galesera eta Eskoziako gaelikoa ingelesarekin lehiatzeko; euskara frantsesarekin eta gaztelaniarekin lehiatzeko; bretoiera, katalana eta okzitania (gaskoiera, proventzera eta aranera) frantsesarekin lehiatzeko; samiera suedierarekin, norvegierarekin eta errusierarekin lehiatzeko; Frisian (Herbehereetako probintzia batean), frisiera nederlanderekin lehiatzeko; Zeelanda Berriko eta Australiako jatorrizko hizkuntzak ingelesarekin lehiatzeko; Amerikako bertako hizkuntzak (besteak beste, kitxua, aimara eta guaraniera) ingelesarekin, gaztelaniarekin, frantsesarekin, portugesearekin eta nederlanderekin lehiatzeko; eta Errusiako errepubliketako hizkuntzak errusierarekin lehiatzeko [Adibide gehiago nahi izanez gero, ikusi Fishman (2001)]. Gutxiengoaren hizkuntza horiek guztiak (*B*) hitz egiten dituen populazioaren ehunekoak gora egin behar du, eta gizarteko eremu guztietan hasi behar da erabiltzen *B*. Azken batean, ikuspegi enpirikotik eta teorikotik, *B* hizkuntzaren dinamika linguistikoa da garantzitsua (populazio elebidunaren interakzioak).

Txosten honetan aztergai dugun gizarteko legedi konstituzionalak xedatzen du *A* eta *B* komunitatearen hizkuntza ofizialak direla, eskubide

**Aztergai dugun
gizarteak bi
hizkuntza ofizial
ditu: A gizarteko
kide guztiek hitz
egiten dute, eta
B, berriz,
gutxiengo
elebidun batek
bakarrik.
Garatuko dugun
ereduan, agente
elebidunek
erabaki
estrategikoak
hartu behar
dituzte
elkarrizketa
batean hizkuntza
bat ala bestea
erabiltzeko,
parte-hartzaileen
elebitasunari edo
elebakartasunari
buruzko
informazio
inperfektua
izanik.**

Txosten honetan ez dugu aztertuko nola eta zergatik erabakitzen duten gizarteko kideek A hizkuntzaren hiztun elebakar izateari uztea eta elebidun (A eta B erabiltzeko gauza) bihurtzea.

berak izan beharko lituzketela, eta neurri berean erabili eta sustatu beharko lirakeela. Gizarte horretako kide guztiek *A* egiten dute, eta gutxiengo batek *A* eta *B* egiten ditu. Horrenbestez, bi talde linguistiko besterik ez dago: *A* hizkuntzaren hiztun elebakarrak eta gutxiengo elebiduna.

Txosten honetan ez dugu aztertuko nola eta zergatik erabakitzen duten gizarteko kideek *A* hizkuntzaren hiztun elebakar izateari uztea eta elebidun (*A* eta *B* erabiltzeko gauza) bihurtzea. Gure ustez, gizarte elebidunetan, gehiengoaren hizkuntza bat eta gutxiengoaren hizkuntza bat daudenean, *A* eta *B* hizkuntzen arteko lehia asimetrikoa behar bezala deskribatzeko, ezin da hartu oinarritzat, zenbat eta handiagoa izan hiztunen proportzioa eta hizkuntzen estatusa, hizkuntzak orduan eta erakargarriagoak direnik (Abrams eta Strogatz, 2003; Minnet eta Wang, 2008). Izan ere, ustekizun horretan oinarritzen diren ereduaren arabera, *A* erakargarriagoa izango litzateke beti *B* baino, eta *A* hizkuntzak askoz ere estatus handiagoa izango luke komunitatearen barruan *B* hizkuntzak baino [erakargarritasun asimetrikoari buruzko informazioa nahi izanez gero, ikusi Pinasco eta Romanelli (2006)]. Aitzitik, lehia aztertzeko, beharrezkoa litzateke *B* erabiltzeko eta ikasteko erabaki linguistikoari buruzko ereduak garatea; alde horretatik, *B* hizkuntzari eta hari dagokion kulturari leial izateagatik, *B* sustatzen duen komunitateko kide sentitzeagatik, gizarteak jabeazitako ohitura kulturalengatik eta abantaila praktikoak lortzeko usteagatik erabakitzen dugu *B* erabiltzea eta ikastea (Wickström, 2005).

Txosten honetan aztertuko dugu nola hartzen dituzten elebidunek gehiengoaren hizkuntza (*A*) ala gutxiengoarena (*B*) erabiltzeko erabaki estrategikoak. Hizkuntza-planifikatzaileak eta soziolinguistak bat datoz badela gutxienezko baldintza bat gutxiengoaren hizkuntzak bizirik irauteko: hizkuntza-komunitateak hitz egitea [adibidez, ikusi Crystal (2001), Fishman (2001), Krauss (1992) eta Wurm (2001)]. Hortaz, proposatuko dugun ereduak erreparatzen dio hiztun elebidunek *B* hizkuntzari ematen dioten erabilera linguistikoari. Are gehiago, aztertuko dugu zer-nolako interakzioak sortzen diren *B* hizkuntzaren gotorleku historiko izan diren komunitateetatik kanpo. Hau da, eremu “modernoetan” (justizia-administrazioan, hedabideetan, teknologia modernoan munduan, goi-mailako hezkuntzan eta ikerketaren eta garapenaren munduan) sor daitezkeen interakzioak jorratuko ditugu. Izan ere, *B* hizkuntzaren gotorleku izan diren komunitateetan, kideek badakite aurrez aurre duten pertsona elebiduna ala elebakarra den, baina, eremu “modernoetan”, berriz, *A* hizkuntzarekiko lehia gogorragoa da, eta, askotan, komunitateetako kideek ez dakite aurrez aurre duten pertsona elebiduna ala elebakarra den (*ex-ante*). Gure ustez, egoera sinesgarri eta interesgarriagoa da hori.

Hizkuntzek elkar ukitzen badute, gatazka pizten da gizartean [ikus, adibidez, Nelde (1997) eta Grin (2003)]. Horregatik, egoera erreal askotan, jendea elebiduna ala elebakarra den adieraztera behartzea edo jendeari elebidun- edo elebakar-etiketa ezartzea gatazka politiko larriago baten iturritzat har daiteke. Ildo horretan, administrazio publikoko edo pribatuko kideekin behin bakarrik dituzten interakzio gehienetan, agenteak ez dira gai aurrez aurre dituzten pertsonak elebidunak ala elebakarrak diren jakiteko. Are gehiago, ikuspegi analitikotik inperfektua den informazioa garrantzitsuagoa da informazio perfektua baino; izan ere, gure ereduaren arabera, informazio perfektua duten elebidunak ondo koordinatzen dira *B* hizkuntza erabiltzeko, egoera erreal askotan gertatzen denez. Aztergai dugun testuinguruan, berriz, pentsatzekoa da interakzioan parte hartzen duen kide batek ere ez duela ageri edo ez duela adierazten elebiduna ala elebakarra den.

Horrelako interakzioetan jazotzen diren elkarrizketan hasieraren eredu bat osatuko dugu eta, horretarako, bi kidek informazio inperfektua izanik egiten duten jolas ez-kooperatibo bat erabiliko dugu: Elkarrizketaren Jolasa (*LCG, Language Conversation Game*). Lehenik, aztertuko dugu zer baldintza estrategikotan erabiliko luketen hizketakideek *B* horrelako interakzio batean. Ondoren, *LCG* hori aztertuko dugu populazio elebiduna jolasten den populazio-joko bat balitz bezala. Nagusiki, kontua da jakitea zer eginkizun betetzen duen agente elebidunen jokaera estrategikoak (populazio elebidunak ezarritako hitzarmen linguistikoak) Nash orekaren egonkortasunean. Alde horretatik, Wickströmek (2005) egindako galderari erantzuten saiatuko da txosten hau, gure ereduaren testuinguruan: badago Nash oreka dinamikoki egonkorrik elebitasunean?

Pentsatzekoa denez, informazioa inperfektua bada, gutxiengoaren hizkuntzaren erabilera nabarmen txikiagoa da, eta gutxiengoaren hizkuntzaren gutxitu estatusa, are larriagoa. Are gehiago, gutxiengoaren hizkuntzaren erabilerak ez du zerikusirik elkarrizketaren sarreraren luzerarekin. Alde horretatik, bada funtsezko elementu bat, Fishmanek (1991) aipatutakoa: askotan *B* aukeratzen duten baina hizkuntzaz aldatzera eta gehiengoarena (*A*) erabiltzera behartzen dituzten elebidunek atsekabea sentitzen dute. Ikusiko dugunez, bada estrategia mistoan Nash oreka bayestar bat, ebolutiboki egonkorra dena. Dinamikaren ikuspegitik, populazio baten erreplika-dinamikaren oreka asintotikoki egonkorra da. Populazio elebiduna bi taldetan banatuta egotea da oreka: talde bat osatzen dute elebidunak direla isilean gordetzen dutenek, eta bestea, zenbat informazio edo zer-nolako informazioa duten gorabehera, *B* aukeratzen dutenek eta, hartara, elebidunak direla adierazten dutenek.

Horrelako interakzioetan jazotzen diren elkarrizketan hasieraren eredu bat osatuko dugu eta, horretarako, bi kidek informazio inperfektua izanik egiten duten jolas ez-kooperatibo bat erabiliko dugu: Elkarrizketaren Jolasa (*LCG, Language Conversation Game*).

Elebitasuna isilean gordetzen dutenen arteko interakzioa gehiengoaren hizkuntzan (A hizkuntzan) gertatzen da beti, eta elebitasuna isilean gordetzen dutenek beste taldekoekin elkartzen direnean bakarrik erabiltzen dute B.

Elebitasuna isilean gordetzen dutenen arteko interakzioa gehiengoaren hizkuntzan (*A* hizkuntzan) gertatzen da beti, eta elebitasuna isilean gordetzen dutenek beste taldekoekin elkartzen direnean bakarrik erabiltzen dute *B*. Oreka oso egonkorra denez gero, pentsatzekoa da populazio elebidunak ezarritako hitzarmen linguistiko bat dela, baina bada arazo bat: bateragarria da agente elebidunek *B* hizkuntza erabiltzeko koordinazioan huts egitearekin. Horrenbestez, ezin dugu ziurtatu hizkuntzak bizirik iraungo duenik betiko eremuetatik kanpo, hau da, *A* edo hizkuntza indartsuago bat nagusi den eta agente anonimoen arteko interakzio asko dauden eremuetan.

Mira eta Paredesek (2005) adierazi dute elebitasuna egonkorra izateko funtsezko faktorea dela *A* eta *B* hizkuntzak elkarren antzekoak izatea, eta Patriarca eta Leppänenek (2004), *A* eta *B* hizkuntzek (biek) bizirik iraun dezaketela baldin eta elkarren ondoan ez dauden lurraldeetan kontzentratuta badaude. Geuk, berriz, frogatuko dugu elebitasunaren oreka egonkorra izan daitekeela *A* eta *B* hizkuntzak elkarrengandik urrun egonda ere, alegia, elkarrizketak hizkuntza bakarrean izan behar duenean, eta, esan bezala, ez ditugu kontuan hartuko *B* hizkuntzaren gotorleku diren eremuetan behin bakarrik jazotzen diren interakzioak. Azkenik, hainbat baliabide erabiliz, bada esan duenik agente elebidunek elebitasunaren oreka egonkortzen dutela eta arau edo hitzarmen linguistikoak sortzen direla (Castelló et al., 2006); adierazi dute hizkuntza batek bestea menperatzen duela epe luzean eta hizkuntza menperatua desagertu egiten dela, eta populazio elebiduna hizkuntza bakarra hitz egiten duten komunitateetan banatzen dela.

Honela dago antolatuta txostena: 2. atalean, zehatz-mehatz deskribatuko dugu Elkarrizketaren Jolasa, bere luze-zabalean; 3. atalean, oreka analizatuko dugu; eta, azkenik, 4. atalean, ondorioak aterako ditugu.

2. Elkarrizketaren Jolasa

I

2.1 Ustekizunak

Elkarrizketaren Jolasak (LCG) adierazten du zer hizkuntza erabiltzen den bi agenteren arteko interakzio sozial soil batean. Demagun agente bat *dendari* bat dela, bestea *bezero* bat dela eta dendaria bezeroari hizketan hasten zaiola. Interakzioa bi hizkuntza ofizial dituen gizarte batean gertatzen da (alegia, hizkuntza aukeratzea ez da kontu hutsala): *A*, *gehiengoaren hizkuntza*, gizarteko kide guztiek hitz egiten dute, eta *B*, *gutxiengoaren hizkuntza*, berriz, gizarteko kideen nahiko proportzio txiki batek hitz egiten du eta gizarteak gutxi erabiltzen du; gainera, nahiz eta bi

hizkuntzek estatus bera duten legez, ahulenak (B hizkuntzak) bestea-
rekin lehiatu behar du hiztunak erakartzeko eta besteak betetzen dituen
funtzio berak betetzeko gizartean. Horrenbestez, bi kide mota daude
gizartean: batetik, elebidunak, A eta B hitz egiten dutenak eta, hortaz,
bi hizkuntzak aukera ditzaketenak ($a_{bi}=\{A, B\}$), eta, bestetik, elebaka-
rrak, gehiengoaren hizkuntza (A) bakarrik hitz egiten dutenak eta, hor-
taz, hizkuntza aukeratu ezin dutenak ($a_{mo}=\{A\}$). Demagun α -k eta ($1-$
 α)-k adierazten dutela, hurrenez hurren, zein den elebidunen eta
elebakarren proportzioa une jakin batean. Pentsatzekoa da $\alpha < (1-\alpha)$ dela,
eta α askoz ere txikiagoa dela ($1-\alpha$) baino.

1. ustekizuna (informazio inperfektua):

Jokalariak badakite elebidunak ala elebakarrak diren, baina ez dute
ikusten beste jokalaria elebidunak ala elebakarrak diren.

Jokalariak badakite gizarteko kide guztiek hitz egiten dutela gehien-
goaren hizkuntza (A) eta gutxiengo batek bakarrik hitz egiten duela B .
Areago, gizarteak oro har badaki zenbatekoa den elebidunen eta eleba-
karren proportzioa; hurrenez hurren, (α) eta ($1-\alpha$). Informazioa inper-
fektua izateak adierazten du elkar ezagutzen ez dutenek ez dakitela
aurrez aurre dituztenak elebidunak ala elebakarrak diren, bizitza erre-
aleko egoera askotan gertatzen denez. Guk dakigula, literaturak inoiz
ere ez du azpimarratu informazioa inperfektua izan daitekeela eta on-
dorioak dituela gutxiengoaren hizkuntzaren erabileran. Informazio per-
fektuak, berriz, ez du garrantzirik: probabilitatea α^2 dela, bi jokalari
elebidun elkartuko lirakeke, eta oso litekeena da horrelako bi jokalari
nahiago duten hizkuntza erabiltzeko koordinatzea [ikus 2. ustekizuna].

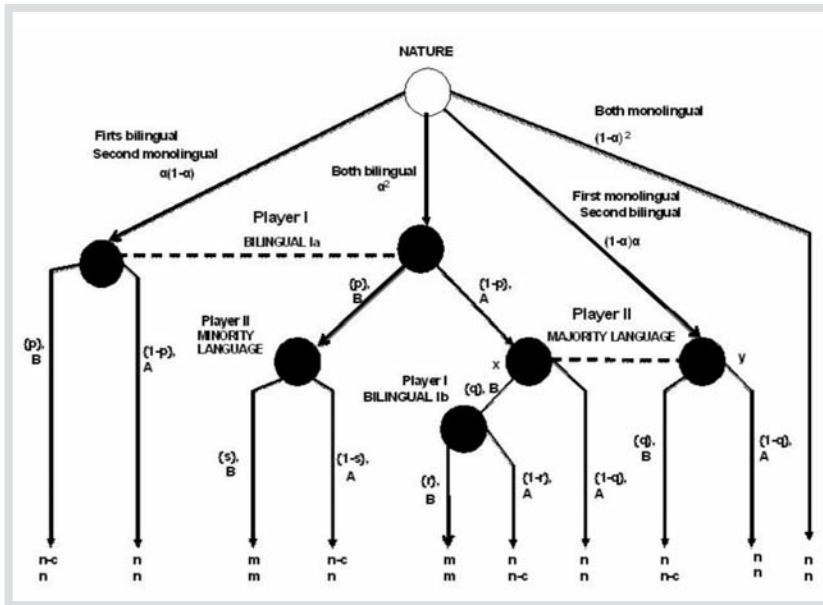
1. irudian ageri da nola aukeratzen duten hizkuntza bat *dendari* batek
(I. jokalaria) eta *bezero* batek (II. jokalaria), modu eraginkorrean komu-
nikatzeko. Ekintzek segida bat osatzen dute, elkarrizketa arruntetan be-
zala: jokalari batek elkarrizketa hasten du, eta besteak erantzun egiten
dio. Dendari elebidunak bi hizkuntzetako bat erabiliz hasten du elka-
rrizketa. B aukeratzen badu, dendaria elebiduna dela kontura daiteke
bezeroa eta, elebiduna bada, A edo B erabilita erantzun dezake, eta, ele-
bakarra bada, A erabilita. Aitzitik, dendariak A aukeratzen badu, bezeroak
ezin du bereizi dendaria elebiduna ala elebakarra den, eta A edo B erabilita
erantzun dezake, elebiduna bada, eta A erabilita, elebakarra bada. Beze-
roak B erabiltzen badu A entzun ondoren, dendariak beste aukera bat du
hasieran aukeratu duen hizkuntza aldatu ala ez erabakitzeko.

Izaera terminoak ezjakintasuna adierazten du, jokalari batek ez da-
kiela bestea elebiduna ala elebakarra den. Izaerak aukeratzen du jokalari

**Elkarrizketaren
Jolasak (LCG)
adierazten du zer
hizkuntza
erabiltzen den bi
agenteren arteko
interakzio sozial
soil batean.
Demagun agente
bat dendari bat
dela, bestea
bezero bat dela
eta dendaria
bezeroari
hizketan hasten
zaiola.**

elebidunen α proportzioa, eta jokalaria elebakarren $(1-\alpha)$ proportzioa. Zuhaitzak adierazten duenez, I. jokalaria zer hizkuntza aukeratu duen ikus (entzun) dezake II. jokalaria, baina ezin du jakin I. jokalaria elebiduna ala elebakarra den. Hortaz, B erabiltzeko, bi jokalariek elebidunak izan behar dute eta B erabiltzeko koordinatu behar dute; bestela, gehiengoaren hizkuntza (A) erabiltzen da. Adibidez, bi jokalaria elebidunak badira baina A erabiltzeko koordinatzen badira, edo jokalaria elebidun bat eta jokalaria elebakar bat elkartzen badira, jokalaria elebidunak edozein hizkuntza aukeratu ere, elkarriketak A hizkuntzan izan behar du nahitaez. Ildo horretan, kontuan izanda jokalaria elebakarrek ezin dutela aukeratu, jokalaria elebidunen informazioa eta ekintzak bakarrik aztertuko ditugu.

1. irudian ikustenenez, I. jokalaria elebidun batek bi informazio multzo izan ditzake: *Ia elebiduna (Bilingual Ia)* eta *Ib elebiduna (Bilingual Ib)*. *Ia elebiduna* informazio multzoa duenean, I. jokalaria badaki bera elebiduna dela, baina, hala ere, A ala B aukeratu behar du II. jokalaria-ekin hizketan hasteko, ez dakielako II. jokalaria elebiduna ala elebakarra den; hau da, egoera horretan, I. jokalaria ez du informaziorik. *Ib elebiduna* informazio multzoa duenean, berriz, I. jokalaria jokoaren barruko beste joko batean parte hartzen hasten da, II. jokalaria B aukeratu duela (elebiduna dela) entzun ondoren aukeratu behar baitu hizkuntza; alegia, I. jokalaria badu informazioa. Bestalde, II. jokalaria elebidun batek ere bi informazio multzo izan ditzake: *Gutxiengoaren hizkuntza (GuH) (Minority Language MiL)* eta *Gehiengoaren hizkuntza (GeH) (Majority Language MaL)*. *GuH* informazio multzoa duenean, II. jokalaria jokoaren barruko beste joko batean parte hartzen hasten da, I. jokalaria *Ia elebiduna* egoeran B aukeratu duela (elebiduna dela) entzun ondoren aukeratu behar baitu hizkuntza; alegia, II. jokalaria badu informazioa. *GeH* informazio multzoa duenean, berriz, I. jokalaria elkarriketa gehiengoaren hizkuntza (A) erabiltza hasi duela entzundakoan aukeratu behar du hizkuntza II. jokalaria, baina ez daki I. jokalaria elebiduna ala elebakarra den; hau da, bi nodo (x eta y) daude egoera horretan.



1. irudia. Elkarrizketaren Jolasa. A-k gehiengoaren hizkuntza adierazten du; B-k, gutxiengoarena; c-k, “frustrazioaren” kostua; eta α -k eta $(1-\alpha)$ -k, hurrenez hurren, gizarteko elebidunen eta elebakarren proportzioa. Ekintza jakin bat aukeratzeko probabilitatea adierazteko, {,} erabili dugu.

2. ustekizuna (elebidunek nahiago duten hizkuntza):

Jokalari elebidunek nahiago dute **B** hitz egin **A** baino. Formalki, demagun agente elebidunek nahiago duten hizkuntza $> b_i$ dela. Beraz, $B > b_i A$.

Gutxiengoaren hizkuntzari (**B** hizkuntzari) leial omen zaizkio elebidunak. Bi arrazoi izan daitezke elebidunek **B** nahiago izateko. Pool-ek (1986) joko baten berri eman zuen: informazio perfektua duten jokalariek bakarrik hartzen dute parte jokoan, eta jokalariek baten ama-hizkuntza bestearren bigarren hizkuntza da. Bada, Poolek ondorioztatu zuenez, bi jokalariek nahiago dute beren ama-hizkuntza erabili. Ildo berean, jokalariek guztien ama-hizkuntza **B** dela jo dezakegu¹. Gainera, edozein gizarteren kultura-hizkuntza espezifikoak “is more than just a tool of communication for its culture (...). Such a language is often viewed as a very specific gift, a marker of identity and a specific responsibility vis-à-vis future generations” (Fishman, 1991). Baieztape horrek edozein hizkuntzari buruz hitz egiteko balio du, baina are gehiago **B** hizkuntzaz hitz egiteko, gutxiengoaren hizkuntza delako hain zuzen ere. Jokalariek elebidunak jakitun dira **B** gutxiengoaren hizkuntza dela eta, horrenbestez, arriskuan dagoela, eta uste dute **B** desagertzen ez uzteko bide bakarra erabiltzea dela; hori dela eta, ahal dutenean, nahiago

Bizitza errealeko egoerak deskribatuko baditu, 1. irudiko LCG jokoa ezin da izan behin bakarrik jazotzen den interakzio bat. Aitzitik, horrelako jokoetan askotan jolasten da, jende askoren artean, eta azken emaitza ez da banakakoa, baizik eta konstruktu sozial bat. Hori dela eta, beste hurbilketa analitiko bat behar da.

dute B erabiltzea A erabiltzea baino. Elebakarrek, berriz, ez dute aukeratzetik eta, hortaz, ez dute nahiago hizkuntza bat edo bestea.

Hirugarren ustekizuna (ordaina) azaltzen hasi aurretik, kontuan izan behar da ordainaren aldetik hiru egoera nagusi jazo daitezkeela elkarrizketaren jokoan. Batetik, jokalaria elebidunak nahiago duten hizkuntza (B) erabiltzeko koordina daitezke; egoera horretan, bi jokalarien ordaina m da. Bestetik, elebidunak ala elebakarrak izan, jokalaria gehiengoaren hizkuntza (A) erabiltzeko koordina daitezke; egoera horretan, bi jokalarien ordaina n da, jokalaria beren borondatez koordinatu baitira hizkuntza aukeratzeko. Azkenik, jokalaria elebidun bat nahiago duen hizkuntza (B) erabiltzeko koordinatzen saia daiteke, baina huts egin dezake, eta gehiengoaren hizkuntza (A) erabili azkenean interakzioan; egoera horretan, elebiduna ala elebakarra izan, A aukeratzeko duen jokalaria ordaina n da, eta B erabiltzeko saiaturik duen jokalaria elebidunarena, $n-c$ —bertan, c -k adierazten du zenbateko frustrazio edo eskubide-galera sentitzen duen B erabiltzeko saiaturik duen jokalaria elebidunak hizkuntzaz aldatzera behartu dutelako—. Kontuan izanda jokalaria elebidun baten ordainak n izan behar duela nahitaz A aukeratzeko badu, n -ri kendu behar diogu frustrazioaren kostua (c). Hau da, jokalaria elebidun batek B aukeratzeko badu baina A aukeratzeko duen elebakar (edo elebidun) batekin elkartzeko bada eta A hitz egin behar badu azkenerako, jokalaria elebidunaren ordaina ($n-c$) da. Ordainaren aldetik jazo daitezkeen hiru egoera nagusiak kontuan izanik, ondoko ustekizuna azaltzean antolatuko ditugu.

3. ustekizuna (ordaina):

α jakina izanda (adibidez, $\alpha < (1-\alpha)$ izanda), ordaina $m > n > c > 0$ da.

Lehenengo desberdintza ($m > n$)². ustekizunaren emaitza da, eta A baino B nahiago duten jokalaria elebidunetik ari dela joko behar da, nahiago duten hizkuntza (B) erabiltzeko dutenean A erabiltzeko dutenean baino Von Neumann eta Morgenstern onura handiagoa lortzen dutenez. “Switching to a minority language is very common as a mean of expressing solidarity with a social group. The change signals to the listener that the speaker is from a certain background; and if the listener responds with a similar switch, a degree of rapport is established” (Crystal, 1987, 60. kapitulua). Pentsatzekoa da kostua (C) txikiagoa dela n baino, eta Fishmanek (1991) aipatutako atsekabea adierazten du: jokalaria elebidunak gehiengoaren hizkuntza (A) erabiltzera behartzen dutelako sentitzen duen atsekabea. Alde horretatik, gehiengoaren hizkuntza nagusi den kultur bizitzarekiko nahigabearen adierazgarri dira populazio elebidunak hizkuntzaz ez aldatzeko egiten dituen ahaleginak (Fishman, 1991).

4. *ustekizuna (hizkuntzen arteko distantzia):*

Hainbestearainoko distantzia dago *A* eta *B* hizkuntzen artean [ikusi Crystal (1987)], non interakzioa hizkuntza bakarrean jazotzen denean bakarrik izan baitezake arrakasta komunikazioak.

Ustekizun hau garrantzitsua da ulertzeko hizkuntza aukeratzea ez dela kontu hutsala. Bestela esanda, *A* hitz egiten duen agente batek eta *B* hitz egiten duen batek ezin dute hitz egin, agente elebakarra ez delako gai ulertzeko zer esaten ari den *B* erabiltzen ari den agentea. Horrek esan nahi du interakzioak gehiengoaren hizkuntzan (*A* hizkuntzan) jazo behar duela nahitaez, agente elebakar bat eta agente elebidun bat elkartzen direnean. Kontuan izan behar da ustekizun honek ez duela zertan egia izan, Europako eskualde batzuetan adibidez; esaterako, Galizian: han, *A* (gaztelania) hitz egiten duen agente batek eta *B* (galegoa) hitz egiten duen batek elkarrekin hitz egin dezakete, *A* eta *B* hizkuntzen artean ez dagoelako distantzia handirik; izan ere, hizkuntza erromani-koak dira biak [ikusi Mira eta Paredes (2005), hizkuntzen antzekotasunak *A* eta *B* hizkuntza bien epe luzeko iraupenean duen eraginari buruzko atala]. Bi hizkuntza ofizialek elkar ukitzen duten beste eskualde batzuetan (adibidez, Euskal Herrian), ordea, ez da ohikoa elkarrizketak bi hizkuntzetan izatea, *A* hizkuntzaren (gaztelaniaren edo frantsesaren) eta *B* hizkuntzaren (euskararen) arteko distantzia handiegia delako; izan ere, euskara hizkuntza aurreindoeuroparra da. 4. ustekizunaren adierazgarri, galesaren, eskozieraren eta irlanderaren ingelesarekiko lehia dugu, baita bretoieraren eta frantsesaren artekoa eta sarreran aipatutako gehienak ere.

2.2 Estrategia puruak eta informazio multzo nagusiak

1. irudiko LCG jokoan, I. jokalaria elebidunak lau estrategia puru ditu aukeran: $S_I = \{BB, BA, AB, AA\}$. Estrategia bakoitzaren izenean, ezkerreko osagaia da jokalaria *Ia elebiduna* informazio multzoa duenean aukeratzen duen hizkuntza, eta eskuinekoa, *Ib elebiduna* informazio multzoa duenean aukeratzen duena. Hau da, adibidez, I. jokalaria *AB* estrategia aukeratzen duenean, berak *A* erabiltzen du lehenengo, eta hizkuntzaz aldatzen da gero. II. jokalaria elebidunak ere lau estrategia puru ditu aukeran: $S_{II} = \{BB, BA, AB, AA\}$. Estrategia bakoitzaren izenean, ezkerreko osagaia da jokalaria *GuH* informazio multzoa duenean aukeratzen duen hizkuntza, eta eskuinekoa, *GeH* informazio multzoa duenean aukeratzen duena.

Kontuan izanda jokalaria elebidunak *B* hizkuntzari leial zaizkiola 2. ustekizunaren arabera, beren estrategiak areago sinplifika daitezke,

Oreka-egoerak oso egokiak dira hizkuntzen aniztasuna iraunarazteko; izan ere, oreka-egoera horietan, hiztun elebidunek B bakarrik erabiltzen dute interakzioan, eta, hain zuzen ere, hori behar da gutxiengoaren hizkuntzak bizirik irauteko. Hala ere, bi oreka mota horiek ahulak dira, ez baitira dinamikoki egonkorak.

ponentsatzekoa baita jokalaria elebidunak kontuz ibiltzen direla argi eta garbi **B** erabiltzea eragotziko luketen estrategiak ez baliatzeko. I. jokalaria ikuspegitik, **BA** hizkuntzari gailentzen zaio jokalaria *Ib elebiduna* informazio multzoa duenean, eta, II. jokalaria ikuspegitik, berriz, **BA** hizkuntzari gailentzen zaio jokalaria *GuH* informazio multzoa duenean. Horrenbestez, elebidunen hizkuntzarekiko leialtasunaren araberako jokaera bat dator portaera arrazionalarekin; izan ere, berez, **B** da aukera nagusia 1. irudiko LCG jokoaren barruko beste bi jokoetan: batetik, I. jokalaria *Ib elebiduna* informazio multzoa duenean eta, bestetik, II. jokalaria *GuH* informazio multzoa duenean. Horrek esan nahi du LCG jokoaren barruko bi jokoetan **B** hizkuntza hitz egiten ez denean oreka ezin dela izan bayestar perfektua. I. jokalaria elebiduna saiatzen da ez erabiltzen **BA** eta **AA** estrategiak, eta II. jokalaria elebiduna saiatzen da ez erabiltzen eta **AA** estrategiak. Azken batean, eredian, I. jokalaria elebidunak erabiltzen dituen estrategia puruak $S_I = \{BB, AB\}$ dira, eta II. jokalaria elebidunak erabiltzen dituenak, berriz, $S_{II} = \{BB, BA\}$. Alde horretatik, *Ia elebiduna* eta *GeH* dira informazio multzo nagusiak.

2.3 Estrategia puruak eta hizkuntzaren erabilera

Azkenik, garrantzitsua da aztertzea zer hizkuntzatan jazotzen den interakzioa, estrategien konbinazioa bata edo bestea denean. Alde horretatik, lau konbinazio izan daitezke elkartzen diren jokalarien artean: lehenik, probabilitatea α^2 bada, bi jokalaria elebidunak dira; bigarrenik, probabilitatea $\alpha(1-\alpha)$ bada, I. jokalaria elebiduna da, eta II. jokalaria, elebakarra; hirugarrenik, probabilitatea $(1-\alpha)\alpha$ bada, I. jokalaria elebakarra da, eta II. jokalaria, elebiduna; eta, azkenik, probabilitatea $(1-\alpha)^2$ bada, bi jokalaria elebakarrak dira.

2. irudiko hizkuntza-matrizeak adierazten du zer hizkuntza dagoen jokalaria elebidunek baliatzen dituzten estrategia puruen konbinazio bakoitzari; izan ere, bi jokalaria elebidunen arteko interakzioa da aztergai dugun egoera ez-nabari bakarra. Gainerako egoeretan, berriz, jokalaria bat gutxienez elebakarra denez gero, 4. ustekizuna kontuan izanik, elkarriketak **A** hizkuntzan izan behar du nahitaez. Adibidez, errepara diezaiozun (**AB**, **BB**) estrategia-profilari. Egoera horretan, honela erabakitzen dute jokalariek zer hizkuntza erabiliko duten interakzioan: *Ia elebiduna* informazio multzoa duela, I. jokalaria **A** aukeratzen du; **A** erabiltzen entzunda, II. jokalaria ez daki I. jokalaria elebiduna ala elebakarra den, baina **c** kostua ordaindu behar izatera ausartzen da, eta **B** aukeratzen du *GeH* informazio multzoa izan arren; azkenik, I. jokalaria *Ib elebiduna* informazio multzoa du orduan eta, beraz, hizkuntzaz alda-

tzen du. Hau da, egoera horretan, gutxiengoaren hizkuntza (*B*) erabil-tzen da. Estrategia-profila (*AB*, *BA*) denean, berriz, jokalariek *B* erabil-tzeko koordinazioan huts egiten dute.

2. irudia. Hizkuntza-matrizea, bi jokalaria elebidun elkartzen direnean

	BB	BA
BB	B	B
AB	B	A

3. OREKAREN ANALISIA

I

Atal honetan, 2. irudiko hizkuntza-matrizearen oreka aztertuko dugu, estatika konparatzailea erabiliz. Lehenik, 3.1. atalean, estrategia puruen oreka bayestar perfektua deskribatuko dugu² eta, gero, 3.2. atalean, es-trategia mistoen oreka aztertuko dugu.

3.1 Oreka puruaren analisisa. Noiz dute elebidunek hoberen B erabiltzea?

Hiru *erregimen* hartuko ditugu kontuan, batetik, *c* jokalaria elebidunek sentitzen duten frustrazioaren kostuaren eta, bestetik, (*m-n*) nahiago duten hizkuntza erabil dezaketenean eskuratzen duten etekinaren³ ar-teko erlazioaren arabera:

1. proposizioa

Demagun elebidunen proportzioa (α) jakina dela eta $\alpha > 1 - \alpha$ dela.

1. erregimena: $c = (m - n) \frac{\alpha}{(1 - \alpha)}$;

Hortaz, $BPN^1 = \{(AB, BA), (AB, BB), (BB, BA)\}$ denean egon daiteke oreka bayestar perfektua. Alde horretatik, (*AB*, *BA*) da bi jokalarien strategiak nagusi diren oreka bakarra, eta interakzioa *A* hizkuntzan jazotzen da.

2. erregimena: $c > (m - n) \frac{\alpha}{(1 - \alpha)}$

**LCG jokoak
esplizitatzen du
zer prozesuri
jarraitzen dioten
agente
elebidunek,
etengabe erabaki
behar baitute zer
hizkuntza erabili,
aurrez aurre
dutenaren
elebitasunari edo
elebakartasunari
buruzko
informazio
inperfektua
izanik.**

Egoera bakarrean dago oreka bayestar perfektua: $BPN^2 = \{(AB, BA)\}$ denean. Interakzioa A hizkuntzan jazotzen da.

$$3. \text{ erregimena: } c < (m - n) \frac{\alpha}{(1 - \alpha)}$$

Hortaz, $BPN^3 = \{(AB, BB), (BB, BA)\}$ denean egon daiteke oreka bayestar perfektua. Interakzioa B hizkuntzan jazotzen da.

Eranskinak dakartza jokalaria bakoitzak oreka eta erregimen bakoitzean eskura ditzakeen ordainen konbinazioak.

Froga ikusteko, ikusi eranskina.

Nahiz eta agente elebidunak B erabiltzeko irrikaz dauden eta nahiz eta horretarako pizgarriak dituzten, 1. proposizioak adierazten du gutxiengoaren hizkuntza (B) erabiltzeko koordinazioan huts egiten dutela erregimena 1.a edo 2.a denean; oreka-egoera guztietan, A erabiltzen dute B hizkuntzaren ordeaz. Pentsatzekoaenez, proposizioak adierazten du erregimena 3.a denean bakarrik dutela hoberen jokalariek gutxiengoaren hizkuntza (B) erabiltzea. Alde horretatik, ezuste handiagoa da 3. erregimeneko oreka puruak $\{(AB, BB), (BB, BA)\}$ ez izatea egokiak elebidunek hitzarmen linguistiko bat ezartzeko, ez baitira dinamikoki egonkorrak ez ebolutiboki egonkorrak. Are gehiago, erregimena 3.a denean ere izaten dira hutsegiteak B erabiltzeko koordinazioan, ondoko atalean ikusiko dugunez.

3.2 Estrategia mistoaren oreka: elebitasunaren hitzarmen linguistikoa

Erregimena 1.a edo 2.a denean, ereduak dioenez, egoera bakarrean dago Nash oreka bayestar perfektua estrategia bat ere mendean ez dagoela: (AB, BA) denean. Hala ere, orduan, interakzioa A hizkuntzan jazotzen da, eta, horrenbestez, B hizkuntzaren erabilera (hizkuntzak bizirik irautea ziurtatzeko bide bakarra) txikiagoa da, jokalariek koordinazioan huts egiten dutelako informazio perfektua izanik egindako aukerengatik. Bestela esanda, erregimena 1.a edo 2.a denean, c frustrazioaren kostua ordaintzera kondenatuta daude agente elebidunak⁴. Gu, ordea, B erabiltzeko bide ematen duen erregimen orekatu batean interesatuta gaude eta, hortaz, 3. erregimena hartuko dugu kontuan azterketa egiteko.

Bizitza errealeko egoerak deskribatuko baditu, 1. irudiko LCG jokoak ezin da izan behin bakarrik jazotzen den interakzio bat. Aitzitik, horrelako jokoetan askotan jolasten da, jende askoren artean, eta azken emaitza ez da banakakoa, baizik eta konstruktua sozial bat. Hori dela eta, beste hurbilketa analitiko bat behar da. Atal honetan, ikusiko dugu ea

populazio elebidunak B hizkuntzaren erabileran oinarritutako hitzarmen linguistiko bat ezar dezakeen eta, horretarako, hurbilketa ebolutiboa erabili beharko dugu orekaren azterketa osatzeko.

Ikusi dugunez, 2. ustekizunarekin bat, I. jokalaria elebidunak $S_I = \{BB, AB\}$ estrategia puruak ditu aukeran, eta II. jokalaria elebidunak, berriz, $S_{II} = \{BB, BA\}$. Estrategia puruak honela interpreta ditzakegu, jokalaria elebiduna I. jokalaria nahiz II.a izan:

S_1 . Erabili B beti, aurrez aurre dagoena elebiduna dela jakin ala ez jakin. Hau da, baliatu BB estrategia.

S_2 . Erabili B aurrez aurre dagoena elebiduna dela ziur jakinda bakarrik; bestela, erabili A . Hau da, baliatu AB estrategia I. jokalaria izanda, eta BA estrategia II. jokalaria izanda.

Beraz, populazio elebiduneko kideak LCG jokoan jolasten direnean, $S = \{S_1, S_2\}$, estrategiak dituzte aukeran komunean. Ildo horretan, LCG jokoak populazio-joko bat da, eta populazio elebiduneko kideei agente esaten zaie.

Estrategia mistoen orekaren arrazoizko eta intuiziozko interpretazioa egiteko, demagun populazio elebiduna kideen kopuru handi baina finitu batek osatzen duela eta kideek estrategia puru jakin bat (S_i , $i = \{1, 2\}$) baliatzen dutela, bi jokalarirentzako joko baten barruan. Ereduaren arabera, interakzioak populazio elebiduneko bi agenteren arteko ausazko parekatzeak dira, hau da, gehienez ere ausaz aukeratutako bi agentek parte hartzen dute interakzioan aldi berean, eta interakzioa etengabea da. Demagun N dela gizarteko agente elebidun guztien populazioa; x , berriz, t mementoan S_i estrategia purua baliatzen duten elebidunen proportzioa —notazioak ez du adierazten denborarekiko mendekotasuna—; eta $(1-x)$, azkenik, S_2 estrategia purua baliatzen dutenena. Estrategia mistoaren oreka-egoeran, $(x, 1-x)$ -k populazioaren egoera adierazten du; hain zuzen ere, adierazten du populazio elebiduneko agenteen zer zatik baliatzen duen estrategia puru bat ala bestea [S_i , ($i = 1, 2$)]. Bestalde, ordainak ez lirateke interpretatu beharko egokitasun biologikoaren ikuspegitik, baizik eta baliagarritasunaren ikuspegitik.

2. proposizioa

Erregimena 3.a denean, bada estrategia mistoen Nash barne-oreka simetriko bat. Orduan, populazio elebidunak S_1 baliatzen du, probabilitatea $x^* = 1 - \frac{c(1-\alpha)}{\alpha(m-n)}$ dela. Oreka ebolutiboki egonkorra da, hau da,

Bizitza errealeko egoerak deskribatuko baditu, 1. irudiko LCG jokoak ezin da izan behin bakarrik jazotzen den interakzio bat. Aitzitik, horrelako jokoetan askotan jolasten da, jende askoren artean, eta azken emaitza ez da banakakoa, baizik eta konstruktu sozial bat. Hori dela eta, beste hurbilketa analitiko bat behar da.

**Azken batean,
hizkuntzek elkar
ukitzen badute
eta informazioa
inperfektua bada,
gutxiengoaren
hizkuntzaren
erabilera
nabarmen
txikiagoa da, eta
hizkuntzaren
gutxitu-estatusa,
are larriagoa.**

hitzarmen linguistiko bat, eta dagokion populazioaren erreplika-dinamika asintotikoki egonkorra da⁵.

Froga ikusteko, ikusi eranskina.

3.3 Elebitasunaren hitzarmen linguistikoaren ezaugarriak

Nabarmentzekoa da, erregimena 3.a denean, LCG joko *belatzaren eta usoaren* joko delat [ikus, adibidez, Binmore (1992)]. Ordainaren matrizean —eranskinak dakar—, S_1 *usoaren* estrategia da, eta S_2 , berriz, *belatzarena*. Bi jokalaria elebidunek *usoak* bezala jokatzen badute, ordaina espero dute, eta B erabiltzen dute interakzioan. Batek *belatzak* bezala eta besteak *usoak* bezala jokatzen badute, berriz, B erabiltzen dute jokoak dioenez, baina, ordainaren aldetik, *usoak* bezala jokatzen duen jokalariren ordaina txikiagoa da, B aukeratzera ausartzen baita nahiz eta ez jakin beste jokalaria elebiduna ala elebakarra den. Azkenik, bi jokalaria elebidunek *belatzek* bezala jokatzen badute, batak besteari min egiten diote; hau da, biek S_2 estrategia baliatzen badute, A erabiltzen dute interakzioan ereduaren arabera, eta ez dira ohartzeko nahiago duten hizkuntza erabiltzea galarazten diotela batak besteari.

$(S_2, S_1)=(AB, BB)$ eta $(S_1, S_2)=(BB, BA)$ oreka-egoerak oso egokiak dira hizkuntzen aniztasuna iraunarazteko; izan ere, oreka-egoera horietan, hiztun elebidunek B bakarrik erabiltzen dute interakzioan, eta, hain zuzen ere, hori behar da gutxiengoaren hizkuntzak bizirik irauteko. Hala ere, bi oreka mota horiek ahulak dira, ez baitira dinamikoki egonkorak. Bestalde, x^* oreka mistoa elebitasunaren orekatzat har daiteke, zero ez diren agente elebidunen proportzioek [hurrenez hurren, Nx^* eta $N(1-x^*)$ -ek] baliatzen baitituzte S_1 eta S_2 estrategiak oreka-egoera horretan. Hori dela eta, oreka-egoera horretan, agente elebidunek A eta B hitz egiten dute interakzioan. Estrategia mistoaren oreka sendoa da, egonkorra delako, baina ahula izan daiteke hizkuntzen aniztasunaren ikuspegitik, litekeena delako B hizkuntzaren erabilera oso txikia izatea. Ondoko paragrafoetan garatuko dugu argudio hori.

1. A-B nahasturaren sendotasuna: $x^* \in (0,1)$ oreka mistoa sendoa da, beste edozein estrategiak ordain txikiagoa ematen baitu, purua izan ala mistoa izan. Hau da, beste estrategia batekin esperimendatzen duen agente elebidunen talde txiki orok arrakasta gutxiago izango du x^* estrategia mistoari atxikitzen zaizkion agenteek baino. Hori dela eta, ez dago estrategia mistoaren oreka aldatzeko pizgarririk, eta, era berean, hori dela eta, oreka ebolutiboki egonkorra dela esaten da; hau da, populazio elebidunak A eta B hizkuntzen erabileran oinarrituz ezarritako hitzarmen linguistikoa da x^* . Baliteke agente elebidunek x^* -en ezaugarri

horrexegatik izatea hainbeste zailtasun egoera errealetan *B* erabiltzea koordinatzeko, eta baliteke azkenean horrexegatik erabiltzea *A*, nahiz eta *B* erabiltzeko prest egon eta nahiz eta horretarako pizgarriak izan.

2. *B* hizkuntzaren ahultasuna *A-B* nahasturaren barruan: 1. proposizioak adierazten duenez, erregimena 1.a edo 2.a denean eta jokalarien estrategia S_2 denean, jokalari baten estrategia ere ez da gelditzen mendean. Erregimena 3.a denean eta oreka ebolutiboki egonkorra dagoenean ere bada S_2 estrategia baliatzen duten agente elebidunen proportzio jakin bat: $1 - x^* = \frac{c(1-\alpha)}{\alpha(m-n)}$. Alegia, ereduak aditzera ematen

duenez, agente elebidunek S_2 estrategia baliatzeko joera dute. Pentsatzekoa da S_2 estrategia asko erabiltzen dela egoera errealetan, lehen begiratuan ez baitu pizten eztabaidarik eta *gizalegearen printzipioekin* bat baitator (Lakoff, 1973; Brown eta Levinson, 1987). Elkarrizketa hasten duen jokalaria $S_2=AB$ estrategia baliatzen badu, *A* hizkuntzan (gizarteko kide guztiek hitz egiten duten hizkuntzan) hasten da, baina, II. jokalaria elebiduna bada eta *B* erabiltzen badu erantzuteko (hau da, II. jokalaria S_1 estrategia baliatzera ausartzen bada), elkarrizketa hasten duen jokalaria $S_2=AB$ estrategia baliatzeak esan nahi du hizkuntzaz aldatzen dela. Bestalde, II. jokalaria $S_2=BA$ estrategia baliatzen badu, I. jokalaria elkarrizketa hasteko erabiltzen duen hizkuntza bera erabiltzen du; bestela esanda, S_2 estrategiak ez ditu behartzen elebakarrak, baina, hizkuntzaz aldatzea dakarrenez gero berekin, *B* aukeratzeko eta erabiltzeko bide ematen du eta, hartara, *gizalegearen arauai* jarraitzen die (Lakoff, 1973). Are gehiago, jotzen da S_2 estrategiak ez diela egiten “mehatxu” [ikusi Goffman (1967); Brown eta Levinson (1987)] elebidunei ez elebakarrei, bi taldeen eskubideak errespetatzen baititu. Ildo horretan, S_2 estrategia baliatzea *gizalegearekin* bat dator, *gizartearen barruko ordenarako* eta *lankidetzarako funtsezko elementu batekin* (Brown eta Levinson, 1987), eta, S_2 estrategia baliatuta, *gatazkarik sortzea galarazten dute* elebidunek.

Nolanahi ere, esan bezala, S_2 estrategia (belatzarena), *gizalegezkoa* itxuraz, *gizarteak B* erabiltzeko oztopoa da. S_1 estrategiak, berriz, “mehatxu” dirudi nolabait, *B* hitz egiten ez dutenek elebakarrak direla adierazi behar baitute aurrez aurre dutenak S_1 estrategia baliatzen duenean, baina horixe da bide bakarra agente elebidunek nahiago duten hizkuntza (*B*) erabiltzera bultza dezaten *gizartea*.

Oreka-egoerak oso egokiak dira hizkuntzen aniztasuna iraunarazteko; izan ere, oreka-egoera horietan, hiztun elebidunek B bakarrik erabiltzen dute interakzioan, eta, hain zuzen ere, hori behar da gutxiengoaren hizkuntzak bizirik irauteko. Hala ere, bi oreka mota horiek ahulak dira, ez baitira dinamikoki egonkorrak.

Hainbat faktoreren arabera erabiltzen dute B hiztun elebidunek oreka-egoera horretan: hizkuntzek elkar ukitzearen arabera —A nagusi da gizarteko eremu guztietan—; informazio inperfektuaren arabera; gizalege-arauen arabera; eta eredutik kanpoko beste faktore batzuen arabera, hala nola gutxiengoaren hizkuntzaren erabilera formal eta informal eskasaren eta gutxi garatutako ahozko eta idatzizko diskurtso-ereduen arabera.

4. ONDORIOAK

I

LCG jokoak esplizitatzen du zer prozesuri jarraitzen dioten agente elebidunek, etengabe erabaki behar baitute zer hizkuntza erabili, aurrez aurre dutenaren elebitasunari edo elebakartasunari buruzko informazio inperfektua izanik. *A* hizkuntzak (gizarteko kide guztiek hitz egiten duten hizkuntzak) eta *B* hizkuntzak (gutxiengo batek hitz egiten duen hizkuntzak) elkar ukitzeak kanpo-eragin negatiboa du *B* hizkuntzaren erabileran. Horren adierazgarri, bi elebidunek gutxiengoaren hizkuntza (*B*) erabiltzeko koordinazioan huts egiten duten egoerak ditugu, aurrez aurre dutena elebiduna dela ez jakiteagatik. Adierazi dugunez, agente elebidunak *B* hitz egiteko irrikaz daudenean eta horretarako pizgarriak dituztenean ere gertatzen dira horrelakoak. Azken batean, hizkuntzek elkar ukitzen badute eta informazioa inperfektua bada, gutxiengoaren hizkuntzaren erabilera nabarmen txikiagoa da, eta hizkuntzaren gutxitu-estatusa, are larriagoa.

Bestalde, ikusi dugunez, bada agente elebidunek *A* hizkuntzaren eta *B* hizkuntzaren erabilera nahasten duten oreka-egoera bat. Oreka sendoa da, populazio baten erreplika-dinamika ebolutiboki eta asintotikoki egonkorra baita. Aldi berean, ordea, hitzarmen linguistikoa den aldetik, euskarri eskasa da hizkuntzen aniztasuna iraunarazteko. Hainbat faktoreren arabera erabiltzen dute *B* hiztun elebidunek oreka-egoera horretan: hizkuntzek elkar ukitzearen arabera —*A* nagusi da gizarteko eremu guztietan—; informazio inperfektuaren arabera; gizalege-arauen arabera; eta eredutik kanpoko beste faktore batzuen arabera, hala nola gutxiengoaren hizkuntzaren erabilera formal eta informal eskasaren eta gutxi garatutako ahozko eta idatzizko diskurtso-ereduen arabera. Horren guztia onduz, litekeena da hizkuntzaren erabilera oso txikia izatea.

Bada txosten honetatik zuzenean atera dezakegun ikasbide bat: informazio inperfektuaren egitura jokatik kanpo gelditzen bada, gutxiengoaren hizkuntzaren erabilera nabarmen handiagoa da jokalaria elebidunen artean. Egia esan, bizitza errealeko zenbait egoeratan, are *B* hizkuntzaren gotorleku diren eremuetatik kanpo, baliteke inork aurrez aurre duena elebiduna den ala ez ondorioztatzeko zantzuak ikustea, hala nola azentu jakin bat edo itxura fisiko jakin bat. *B* erabiltzea ziurta dezake horrek, eta gizartearen hizkuntza-aniztasuna iraunarazten lagundu, baina kontuan izan behar da beste gatazka-iturri bat izan daitekeela hizkuntza-politikaren oinarria izatea elebidunei etiketa ezartzea.

Kontuan izanda zaila dela neurtzea nola erabiltzen duten jokalaria elebidunek *B* egoera anonimoetan, gure ustez, beharrezkoa da lan es-

perimentala egitea. Gai interesgarri ugari daude, eta, bereziki, interesgarria litzateke gizarte elebidunen barruan informazioaren tratamendu kargaduna eta kargarik gabea konparatzea; hau da, konparatzea nola jokatzan duen banakoak LCG jokoan, *A* eta *B* ekintzek ez dutenean zerikusirik *A* eta *B* hizkuntzek hurrenez hurren gehiengoaren eta gutxiengoaren hizkuntza adierazten duten egoerekin. Era berean, interesgarria litzateke ikustea zer hitzarmen diskurtsibo sortzen diren egoera esperimental batean, baita hitzarmenak 2. proposizioaren atalean egindako iragarpenarekin konparatzea ere. Azkenik, interesgarria litzateke aztertzea zer-nolako eragina duen gizalegeak erabiltzen diren estrategietan, eta zer-nolako eragina duen genero-desberdintasunak. Nolanahi ere, hurrengo azterlan baterako utziko ditugu gaiok. ●

ERANSKINA

1. proposizioaren froga

1. irudian, ordain hauek espero dituzte I. jokalaria eta II. jokalaria:

$$EP_I = EP_I(Bill_a) + EP_I(Bill_b) = \alpha p[sm + (1-s)(n-c)] + \alpha(1-p)\{q[rm + (1-r)n] + (1-q)n\} + (1-\alpha)(1-p)n + (1-\alpha)p(n-c)$$

$$EP_{II} = EP_{II}(MiL) + EP_{II}(MaL) = \alpha p[sm + (1-s)n] + \alpha(1-p)q[rm + (1-r)(n-c)] + \alpha(1-p)(1-q)n + (1-\alpha)[q(n-c) + (1-q)n]$$

Elebidunek *A* baino *B* nahiago izateak (2. ustekizunak) esan nahi du $r=s=1$. Beraz, sinplifikatuta, ordain hauek espero dituzte jokalariek:

$$EP_I = \begin{cases} \alpha q(m-n) + n & \text{if } AB, p=0 \\ \alpha(m-n) - (1-\alpha)c + n & \text{if } BB, p=1 \end{cases} \quad (1)$$

$$EP_{II} = \begin{cases} \alpha p(m-n) + n & \text{if } BA, q=0 \\ \alpha(m-n) - (1-\alpha)c + n & \text{if } BB, q=1 \end{cases} \quad (2)$$

(1) eta (2) kontuan izanik, jokalariek 2. irudiko estrategia-konbinazio bakoitzean espero dituzten ordainen profila ondoriozta dezakegu, eta matrize hau atera —*n* elementu komuna ezabatu dugu—:

	BB	BA
BB	$\alpha(m-n) - c(1-\alpha), \alpha(m-n) - c(1-\alpha)$	$\alpha(m-n) - c(1-\alpha), \alpha(m-n)$
AB	$\alpha(m-n), \alpha(m-n) - c(1-\alpha)$	0,0

Orain, erraz asko atera dezakegu zein den Nash oreka bayestar perfektua, erregimena dena delakoa (1.a, 2.a edo 3.a) dela.

2. proposizioaren frogua

1. proposizioko jokalariek espero dituzten ordainen matrizea eta I. eta II. jokalarien estrategia puruen eta erregimena 3.a denekoaren ($c < (m-n)\frac{\alpha}{(1-\alpha)}$) berrinterpretazioa gogoan izanik, ordainen matrizea

areago normaliza dezakegu:

$$a_1 = a_{11} - a_{21} = \alpha(m-n) - c(1-\alpha) + n - [\alpha(m-n) + n] = -c(1-\alpha) < 0$$

$$a_2 = a_{22} - a_{12} = n - [\alpha(m-n) - c(1-\alpha) + n] = -\alpha(m-n) + c(1-\alpha) < 0$$

$$b_1 = b_{11} - b_{12} = \alpha(m-n) - c(1-\alpha) + n - [\alpha(m-n) + n] = -c(1-\alpha) < 0$$

$$b_2 = b_{22} - b_{21} = n - [\alpha(m-n) - c(1-\alpha) + n] = -\alpha(m-n) + c(1-\alpha) < 0$$

	S₁	S₂
S₁	$-c(1-\alpha), -c(1-\alpha)$	$0, 0$
S₂	$0, 0$	$-\alpha(m-n) + c(1-\alpha), -\alpha(m-n) + c(1-\alpha)$

Gogoan izan behar da, erregimena 3.a denean, bi jokalaria (bi agente elebidun) jolasten diren joko simetriko bat dela matrizea eta ordainen egitura *belatzaren eta usoaren jokoko* egitura bera dela. Ildo horretan, bi oreka-egoera asimetriko daude jokoan, 1. proposizioari buruzko atalean aipatutako estrategia puruen bi Nash oreka bayestar perfektu:

$(S_2, S_1) = (AB, BB)$ eta $(S_1, S_2) = (BB, BA)$. Gainera, bada estrategia mistoen oreka simetriko bat: $(x^*, 1-x^*) = (1 - \frac{c(1-\alpha)}{\alpha(m-n)}, \frac{c(1-\alpha)}{\alpha(m-n)})$; bertan, $x^* > 0$.

Oreka hori estrategia ebolutiboki egonkorra da, hau da, hitzarmen linguistiko bat da, eta, areago, populazio baten erreplika-dinamikaren egoera asintotikoki egonkorra ere bada (Weibull, 1995, 3.10. proposizioa):

$$\dot{x} = [\alpha(m-n)(1-x) - c(1-\alpha)]x(1-x)$$

Estrategia mistoen oreka dagoenean, $x^* = 1 - \frac{c(1-\alpha)}{\alpha(m-n)}$, $\alpha(m-n)(1-x) - c(1-\alpha) = 0$, eta, beraz, $x=0$.

Ikusten denez, $0 < x < 1 - \frac{c(1-\alpha)}{\alpha(m-n)}$ denean, x^* -rantz igotzen da x , eta,

$1 > x > 1 - \frac{c(1-\alpha)}{\alpha(m-n)}$ denean, berriz, x^* -rantz jaisten.

ERREFERENTZIAK

- Abrams, D. M.; eta Strogatz, S. H. (2003): "Modeling the Dynamics of Language Death", in *Nature*, 424, 900.
- Binmore, K. (1992): *Fun and Games: A text on Game Theory*, D. C. Heath., Lexington.
- Binmore, K.; Gale, J.; eta Samuelson, L. (1999): "Learning to be Imperfect: the Ultimatum Game", in *Games and Economic Behavior*, 8, 56-90.
- Brown, P.; eta Levinson, S. C. (1987): *Politeness: Some Universals in Language Usage (Studies in Interactional Sociolinguistics)*, CUP, Cambridge.
- Cabrales, A. (2000): "Stochastic Replicator Dynamics", in *International Economic Review*, 41, 451-481.
- Cabrales, A.; eta Uriarte, J.R. (2010): "Doubts and Equilibria", Mimeo.
- Castelló, X.; Eguiluz, V. M.; eta San Miguel, M. (2006): "Ordering Dynamics with Two Non-Excluding Options: Bilingualism in Language Competition", in *New Journal of Physics*, 8.
- Crystal, D. (1987): *The Cambridge Encyclopedia of Language*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Crystal, D. (2001): *Language Death*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Fishman, J. A. (1991): *Reversing Language Shift: Theoretical and Empirical Foundations of Assistance to Threatened Languages*, Multilingual Matters, Clevedon.
- Fishman, J. A. (2001): "Why is it so Hard to Save a Threatened Language?", in Fishman, J. A. (ed.): *Can Threatened Languages be Saved?*, Multilingual Matters, Clevedon.
- Goffman, E. (1967): *Interaction Ritual*, Penguin, Harmondsworth.
- Grin, F. (2003): "Language Planning and Economics", in *Current Issues in Language Planning*, 4 (1), 1-66.
- Krauss, M. (1992): "The Scope of the Language Endangerment Crisis and Recent Response to it", in Matsumura, K. (ed.) (1998): *Studies in Endangered Languages*, Hituzi Syobo, Tokio.
- Lakoff, R. (1973): "The logic of politeness; or mind your p's and q's", in *Papers from the 9th regional meeting of the Chicago Linguistic Society*, Chicago Linguistic Society, Chicago, 292-305.
- Mira, J. B.; eta Paredes, A. (2005): "Interlinguistic Similarity and Language Death Dynamics", in *Europhysics Letters*, 69 (6), 1031-1034.
- Nelde, P. (1997): "Language Conflict", in Coulmas F. (ed.): *The Handbook of Sociolinguistics*, Blackwell, London, 285-300.
- Patriarca, M.; eta Leppänen, T. (2004): "Modeling Language Competition", in *Physica A*, 338 (1-2), 296-299.

- Pinasco, J. P.; eta Romanelli (2006): "Coexistence of Languages is Possible", in *Physica A* 361, 355-360.
- Pool, J. (1986): "Optimal Strategies in Linguistic Games", in Fishman, J. et al. (ed): *The Fergusonian Impact. Sociolinguistics and the Sociology of Language*, 2. lib., Mouton de Gruyter, Berlin – New York – Amsterdam.
- Schlag, K. (1998): "Why Imitate, and if so, How? A Boundedly Rational Approach to Multi-Armed Bandits", in *Journal of Economic Theory*, 78, 130-156.
- Stauffer, D.; eta Schulze, Ch. (2005): "Microscopic and macroscopic Simulation of Competition between Languages", in *Physics of Life Review*, 2, 89-116.
- Stauffer, D.; Castelló, X.; Eguiluz, V.M.; eta San Miguel, M. (2007): "Microscopic Abrams-Strogatz Model of Language Competition", in *Physica A*, 374, 835-842.
- Wang, W. S.-Y.; eta Minnet, J. W. (2005): "The Invasion of Language. Emergence, Change, and Death", in *Trends in Ecology and Evolution*, 20 (5), 263-269.
- Wang, W. S.-Y.; eta Minnet, J. W. (2008): "Modelling Endangered Languages: The Effects of Bilingualism and Social Structures", in *Lingua*, 118, 19-45.
- Weibull, J. W. (1995): *Evolutionary Game Theory*, the MIT Press, Cambridge.
- Wickström, B.-A. (2005): "Can Bilingualism be Dynamically Stable?", in *Rationality and Society*, 17, 81-115.
- Wurm, S. A. (2001): *Atlas of the World's Languages in Danger of Disappearing*, UNESCO Publishing, Paris-Camberra.

OHARRAK

1. Ustekizun hori arinago har daiteke, elebidunak beste bi taldetan bana baitaitezke: 2. ustekizuna ontzat dutenak eta kontrakoa pentsatzen dutenak. Litekeena da hori, baina ez du inongo eraginik txosten honen emaitza nagusian.
2. Gure jokoan, oreka sekuentziala eta oreka bayestar perfektua baliokideak dira.
3. Informazio osoagoa emate aldera, erregimen laburtua ere azalduko dugu. Bertan, c haztatutako etekinen baliokidea da.
4. Orain arte, c eta m parametro jakin exogenotzat hartu ditugu, baina logikoa da pentsatzea, α etengabe hazten bada, c eta m etengabe murrizten direla, B hizkuntzak gutxiengoaren hizkuntza izateari uzten baitio. Horrenbestez, pentsatzekoa da badela α_T atalase-maila: $\alpha > \alpha_T$ denean, α -ren funtzio beherakorrak dira c eta m , eta, $\alpha > \alpha_T$ itetik zenbat eta hurbilago egon, $c=c(\alpha)$ orduan eta gehiago hurbiltzen da 0 -ra, eta $m=m(\alpha)$, n -ra; prozesu horretan, pentsatzekoa da $c=c(\alpha) < m=m(\alpha)$ dela. Ikuspegi horretatik, erregimenez aldatu diren gizarteak azter ditzakegu.
5. Jakin badakigu ikasteko egoera sozial interaktiboetan hautemandako portaeretatik sor daitezkeela erreplika-dinamikak, hala nola Binmore, Gale eta Samuelsonen ikaskuntza-eredua (1995), xedeetan oinarritutakoa; portaera arrakastatsuen imitazioan eta indartzean oinarrituz hartutako erabakiak (Schlag, 1998; Weibull, 1995; Cabrales, 2000); eta etengabeko

zalantzan oinarrituz erabakitzeko prozedurak (Cabrales eta Uriarte, 2010). Hemen, S₁ eta S₂ estrategia puruek adierazten dituzte erreplikak.

* Eskerrak eman nahi dizkiegu Ehud Kalai-ri, Ignacio Palacios-Huerta-ri, Karl Schlag-i, Larry Samuelson-i, Reinhard Selten-i, Joel Sobel-i eta Bengt-Arne Wickström-i, lan honen idatzaldiei buruzko iruzkinak eta kritikak egiteagatik. Bereziki, eskerrak eman nahi dizkiegu aldizkari honetako bi arbitrari, eskuizkribua nabarmen hobetzeko iruzkinak egiteagatik.

** Nagore Iriberrri Hezkuntza eta Zientzia Ministerioaren laguntza ekonomikoa izan du (SEJ2007-64340 eta ECO2009-11213), eta Rafael del Pino Fundazioaren, Barcelona GSE Research Network-en eta Kataluniako Generalitataren laguntza ere izan du. José Ramón Uriartek eskerrak eman nahi dizkie Espainiako Gobernuari, diruz lagundu diolako MCYT SEJ2006-05455 FEDER eta MICINN ECO2009-11213 ERDF beken bidez; Eusko Jaurlaritzari, diruz lagundu diolako GIC07/22-IT-223-07 bekaren bidez; eta Euskal Herriko Unibertsitateari, diruz lagundu diolako UPV 00043.321-15836/2004 bekaren bidez. Erantzukizunaren ohiko ezespina aplikatuko da.